ЕНТРОПИЈА
информација термодинамике

Растко Вуковић

сирови текст

Бања Лука, август 2016.

Растко Вуковић:
ЕНТРОПИЈА - информација термодинамике

https://archive.org/details/Informacija2

Предговор

На први поглед се чини да тело у кретању не може имати мању ентропију него у мировању, јер то води до „погрешних“ формула за температуру, топлоту, притисак (гаса) и запремину. Међутим, то је само на први поглед. Још више изненађује чињеница да нико никада није приметио да вероватноће догађаја у природи нису универзалне физичке константе, већ да се могу мењати силом, убрзањем, али и кретањем уопште.

Са друге стране, управо зато што тело у мировању има највећу ентропију и наравно зато што природа (спонтано) тежи већој ентропији, ми имамо Њутнов закон инерције!

Текст јесте у изради, али је он идејно већ завршен. Лично не очекујем да ће се појавити нека контрадикција у проверама које радим, јер би то било у супротности са могућностима различитих дефиниција термодинамичких појмова у релативистичком кретању, а које је предвидео Балеску (в. [10]) још давне 1969. године.

Растко Вуковић, август 2016.

Sadržaj

Glava 2

Ентропија

Полазиште ових разматрања је *принцип вероватноће*: „вероватније је чешће". Тако долазимо до закључка да се молекуле гаса распоређују по соби равномерно, јер је такав распоред вероватнији од њиховог згушњавања. Према томе, прихватљиво је рећи да је *ентропија* S логаритам броја распореда W, односно

$$S = k_B \log W, \tag{2.1}$$

где је $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ m^2 kg s^{-2} K^{-1} Болцманова константа. Отуда и закључак да природа тежи увећању ентропије.

Ентропија је у термодинамици функција стања система коју је 1865. године дефинисао Рудолф Клаузијус. Он је део пораста ентропије дефинисао изразом:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}, \tag{2.2}$$

где је ΔQ одговарајући пораст топлоте размењене док тело (апсолутне) температуре T прелази из једног стања у друго. Посебан случај закона увећања ентропије је други закон термодинамике: „топлота спонтано прелази са хладнијег тела на топлије".

Након открића Лоренцових трансформација

$$x = \gamma(x' + \beta ct'), \quad y = y', \quad z = z', \quad ct = \gamma(ct' + \beta x'), \tag{2.3}$$

где су $\beta = v/c$ и $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, а затим и и специјалне теорије релативности 1905. године, Ајнштајн је 1907. објавио прилог о ентропији (в. [4]). Он је заступао до данас одржану тезу да ентропија, као и сви резултати теорије вероватноће, не може зависити од избора система координата. Међутим, он је у том прилогу изнео и закључак да се тела у инерцијалном кретању хладе, тако да је:

$$T = T_0/\gamma, \quad \Delta Q = \Delta Q_0/\gamma. \qquad \text{(Planck)} \tag{2.4}$$

До истих закључака је дошао и Планк ([5]) годину дана касније. Међутим, От је поново покренуо тај проблем 1963. године и дошао до супротних формула:

$$T = \gamma T_0, \quad \Delta Q = \gamma \Delta Q_0, \quad \text{(Ott)} \tag{2.5}$$

према којима су тела у кретању загријана. Неколико година касније, Арзелијес ([7]) је нашао исто. Уследио је налет нових радова међу којима треба поменути Ландсберга ([8]) и тражење да се температура сматра Лоренцовом инваријантом, а да је при томе Планкова теза о хлађењу тачна:

$$T = T_0, \quad \Delta Q = \Delta Q_0/\gamma. \qquad \text{(Landsberg)} \tag{2.6}$$

Убрзо је Ван Кампен предложио ([9]) да и температура и топлота буду Лоренцове инваријанте:

$$T = T_0, \quad \Delta Q = \Delta Q_0. \qquad \text{(Van Kampen)} \tag{2.7}$$

Тиме листа предлога није завршена. Балеску ([10]) је демонстрирао егзистенцију читаве класе трансформација које су у складу са поопштењем термодинамике на специјалну теорију релативности.

Ми ћемо се укључити у ово шаренило предлога на начин који је можда промакао свим претходницима. Инсистираћемо на принципу вероватноће. Последице тог принципа ћемо разматрати толико озбиљно да нећемо марити за званичне ставове термодинамике, осим на самом крају приче.

2.1 Брзина и убрзање

Када се тело убрзава, тада се његове вероватноће мењају, мења се број могућности распоређивања па се мења и ентропија (2.1). То је лако разумети на примеру просторије са молекулама гаса[1] које се различито распоређују када је та просторија у бестежинском стању и онда када је она убрзавана. Према томе, сила производи убрзање и мења и вероватноћу и ентропију.

Оно што сила не може да промени је принцип вероватноће, да природа и даље тежи највероватнијем стању. Новина је овде становиште да различити посматрачи могу имати различита виђења „највероватнијег“. Зато што природа у условима одсуства сила тежи повећању ентропије, зато нам је у обрнутом случају потребан закључак да је ентропија убрзаног система мања од истог неубрзаног.

Како је ентропија убрзаног система мања од ентропије тог система у инерцијалном кретању, тело из стања мировања неће спонтано прећи у стање убрзаног кретања. Из истог разлога, у одсуству силе ће убрзање престати. Према томе, ентропија је узрок инерције!

Током убрзавања ентропија мора стално опадати, јер би у супротном систем постао стабилан и наставио би са убрзавањем и без дејства силе. Од тренутка када убрзавање престане, престаје и опадање ентропије, а њена је вредност мања од оне вредности коју је имала пре почетка убрзавања. Да би добили ту вредност користићемо специјалну теорију релативности и опет принцип вероватноће.

Реализацијом случајних догађаја смањује се неизвесност и настаје информација. О томе сам пуно писао па само да подсетим: тако настаје време! Посматрач из система S када примети да време у систему S' иде спорије треба закључити да

[1] о којој сам већ неколико пута писао

су у том систему тако поремећене вероватноће да се производи мање информације. Овде само додајемо хипотезу да је мера тако добијене информације пропорционална ентропији, односно да је ентропија пропорционална брзини протицања времена. Отуда једнакост $S = S_0/\gamma$ односно:

$$S = S_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \tag{2.8}$$

где је S_0 ентропија у инерцијалном систему координата K у мировању, а S таква ентропија у систему K' који се креће брзином v у односу на посматрача из K. У истој би се размери морале мењати и промене ентропије (2.2).

Када се два тела, у узајамном мировању постављена једно поред другог, налазе у термалној равнотежи (нема преласка топлоте), онда кажемо да та два тела имају једнаке температуре. Ту се слажемо са званичном физиком. Међутим, овде ћемо бити доследни и у третирању температуре тела као последице кретања његових молекула, па ћемо сматрати да тело у кретању има већу температуру, већ самом чињеницом да се молекуле крећу и паралелно брзином v. При томе не видим неки сличан, тако једноставан разлог због којег бисмо сматрали да тело у кретању треба имати већу (мању) топлоту. Отуда:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta Q = \Delta Q_0, \tag{2.9}$$

ако желимо задржати Клаузијусову формулу (2.2) заједно са (2.8).

Прву од једнакости, рецимо, могли бисмо проверавати постављајући топломер непосредно у ваздушну струју. Према Полхаусеновој једначини (E. Pohlhausen, 1921) пораст загријавања $T - T_0$ такве препреке (топломера) директно је пропорционалан квадрату брзине ваздушне струје и помоћу

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 1 + \frac{v^2}{2c^2}, \quad v << c, \tag{2.10}$$

тражимо сагласност.

Друга од тих једначина каже да се кретањем не повећава топлотна енергија. Телу у кретању се повећава укупна енергија $E = \gamma E_0$ и то због повећања његове кинетичке енергије, али не топлоте Q. Када тело удари у препреку и заустави се, његова кинетичка енергија се претвори у топлотну, а загревање које се при том судару деси сведочи о температури коју је тело имало приликом кретања у односу на сада за тело нови систем у мировању.

Идеалан гас се дефинише као скуп савршено еластичних честица (атома или молекула) међу којима нема привлачних или одбојних сила. Честице идеалног гаса посматрамо као скуп тврдих лоптица међу којима је једина интеракција њихово међусобно сударање. У таквом гасу сва унутрашња енергија долази од кинетичке, а било коју промену унутрашње енергије прати промена температуре.

Идеални гас се може описати са три варијабле: апсолутним притиском (P), запреминном (V) и апсолутном температуром (T). Оне су у једнакостима:

$$PV = nRT = Nk_BT, \tag{2.11}$$

где је n број *молова*, $R = 8,31$ J/mol K је универзална константа, N је број молекула, $k_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K је Болцманова константа, односно $k_A = R/N_A$, где је $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ /mol. Мол чисте супстанце је маса у грамима која је бројно једнака молекуларној маси у јединицама атомске масе. Мол било којег материјала садржи Авогадров број молекула.

Из Лоренцових трансформација (2.3) следи да се дужине по правцу кретања скраћују, тако да запремина V_0 у мировању, када се креће брзином v, постаје

$$V = V_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \tag{2.12}$$

Претходне две формуле са овом дају:

$$P = \frac{P_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \tag{2.13}$$

али само за притиске по правцу кретања.

Можда је ово тумачење притиска гаса у кретању помало чудно, те зато и следећи покушај разумевања. Познат нам је Бернулијев закон за ток флуида

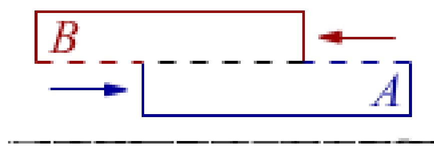
$$P_\perp + \frac{1}{2}v^2\rho + g\rho z = \text{const.} \tag{2.14}$$

где је $P_\perp$ бочни (окомити) притисак флуида (текућине, гаса) на правац тока, v брзина тока, ρ густина флуида, g гравитационо убрзање (на површини Земље $g = 9,81$ m/s^2), а z је висина на коју се гас пење током. На хоризонталној подлози ова формула постаје једноставнија $P_\perp + \frac{1}{2}v^2\rho = \text{const.}$ када се лакше види да са повећањем брзине тока бочни притисак опада: млаз ваздуха усисава околни ваздух.

Отуда и следеће објашњење „парадокса соба у смицању“ који се понекад наводи као проблем специјалне теорије релативности у вези са механиком гасова, а у осталим случајевима као „доказ“ да се притисак гаса у кретању не мења. Овде ћемо то видети као сагласност са нашим претходним резултатима.

У неком систему који мирује замислимо две просторије A и B једну испод друге, као на слици 2.1, које се крећу хоризонтално у супротним правцима једнаким брзинама. Између просторија постоје прорези тако да ваздух може несметано проћи из једне у другу. Сопствени ваздух је у обе просторије једнак, исте је густине и на једнаким собним температурама, сваки посматрано са становишта посматрача у датој соби.

Два струјања $A \to B$ или $B \to A$ су равноправна, па ће се због (2.14) десити пад (бочног) притиска на правац кретања, једнако у обе просторије. Замислимо даље да један посматрач мирује у просторији A док се просторија B креће константном



Slika 2.1: Собе A и B се крећу супротним смеровима.

брзином v изнад њега. Он такође мора у својој соби осетити (и може измерити) пад вертикалног притиска ваздуха. Али у његовој соби нема пада хоризонталног притиска ваздуха. Дакле, струјање ваздуха ствара притиске које су тензорске величине.

Са становишта посматрача A разлике притисака гаса у соби B су још више изражене. Прво зато што је дужина просторије B мања, тјешња пропорционално фактору $1/\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, а друго зато што су масе молекула веће пропорционално фактору γ. У тој просторији се догађа исто кретање молекула гаса, али сада молекула веће масе и на краћем простору. Отуда (2.13).

О складу опште теорије релативности и принципа вероватноће сам већ писао, а овде ћу то само резимирати. Ајнштајнове једначине поља, (1.117) у прилогу [1]), су

$$G_{\mu\nu} = k_A T_{\mu\nu}, \tag{2.15}$$

где је $k_A = \frac{8\pi G}{c^4}$ Ајнштајнова константа. То су тензорске једначине где лева страна дефинише геометрију простора а десна масу, односно енергије и импулсе. Главна апроксимација ових једначина обухвата централно симетрично гравитационо поље не много масивније од сунчевог система. У том случају је лако видљиво да се компоненте $T_{\mu\nu}$ тензора енергије-импулса могу слободно заменити коефицијентима сличним γ где уместо квадрата брзине стоје потенцијали гравитационог поља, а који сада имају значења успоравања временског тока.

Коефицијенти $T_{\mu\nu}$ толико зависе од потенцијала гравитационог поља, или од успоравања времена на датом месту, а сада можемо рећи и од поремећаја вероватноћа односно ентропија, да би на десној страни једначина (2.15) уместо наведених могли стајати и одговарајући коефицијенти „тензора потенцијала“, или рецимо „успоравања времена“, па и „коефицијенти ентропије“, сваки са својим одговарајућим константама уместо k_A. Толико су лева и десна страна Ајнштајнове једначине различите, у неком смислу физикално независне.

Сваки посматрач у слободном паду у гравитационом пољу има исто сопствено време и према томе и исту (вишу) ентропију. Међутим, да би се са тог становишта прешло на неку другу путању слободног пада, треба проћи убрзање и стања ниже ентропије, а то се не дешава спонтано. При преласку са једне путање слободног пада на другу, као и при мировању у гравитационом пољу, осећа се дејство гравитационе силе, што значи поремећај вероватноћа и снижавање ентропије.

Многе од наведених формула су, верујем, нове и неочекиване и зато ћемо у наставку порадити на њиховим додатним проверама.

2.2 Болцманова расподела

Фуккција дистрибуције вероватноћа енергетских стања честица које су једнаке али се могу међусобно разликовати је

$$f(E) = \frac{1}{Ae^{E/kT}}, \tag{2.16}$$

где је $f(E)$ вероватноћа да честица има енергију E, A је константа нормализације, $k = k_B$ је Болцманова константа, T је температура. То је Максвел-Болцманова расподела. Поред претпоставке о узајамном разликовању честица, претпостављамо да нема ограничења у броју честица које могу заузети одређено стање (имати исту енергију). Такође претпостављамо да је систем у стању термалне равнотеже, да су сва стања система једнако вероватна, те да ће енергије бити распоређене на највероватније начине.

Пример 2.2.1. *Покажимо да је константа нормализације $A = kT$.*

Решење. Честица мора имати неку енергију од вредности нула до бесконачно, што значи да је вероватноћа налажења такве један. Отуда:

$$\int_0^\infty f(E)\,dE = 1,$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{Ae^{E/kT}}\,dE = 1,$$

$$\frac{1}{A}\int_0^\infty e^{-E/kT}\,dE = 1,$$

$$\frac{kT}{A}\int_0^\infty e^{-E/kT}\,d\left(\frac{E}{kT}\right) = 1, \quad x = \frac{E}{kT},$$

$$A = kT\int_0^\infty e^{-x}\,dx = kT(-e^{-x}\Big|_0^\infty) = kT,$$

а то је и требало показати. □

Пример 2.2.2. *Показати да је просечна енергија дистрибуције $\langle E\rangle = kT$.*

Решење. Сменом $x = E/kT$, $E = kTx$ и парцијалном интеграцијом добијамо:

$$\langle E\rangle = \frac{1}{kT}\int_0^\infty Ee^{-E/kT}\,dE = kT\int_0^\infty xe^{-x}\,dx = kT,$$

што је и требало показати. □

Приметимо да је E у Болцмановој расподели (2.16) укупна енергија честице, да то није (само) њена топлота (Q). Зато ће просечна енергија честице, у случају да се систем нађе у инерцијалном кретању константном брзином v, због (2.9) порасти са температуром T тачно онако како се очекује за пораст укупне енергије у специјалној теорији релативности. То је значајна сагласност ове расподеле са нашим претходним разматрањем.

Међутим, данас када се температура сматра независном од кретања система, Болцманова расподела се третира као део класичне, нерелативистичке физике, па се просечна кинетичка енергија, $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, израчунава помало заобилазно.

Пример 2.2.3. *Ако је енергија у Болцмановој дистрибуцији (2.16) само једнодимензионална кинетичка енергија дуж x-осе, показати да тај израз постаје*

$$f(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp(-\frac{mv^2}{2kT}), \tag{2.17}$$

где се узимају само компоненте ($v = v_x$) брзина честица у смеру x-осе, а m је маса честице.

Решење. Тражимо константу A нормализације у одговарајућој расподели

$$f(v) = Ae^{-mv^2/2kT}.$$

Користимо познати интеграл и смену:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}, \quad x = \sqrt{\frac{m}{2kT}}\, v,$$

па добијамо

$$A\sqrt{\frac{2kT}{m}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv^2/2kT} \sqrt{\frac{m}{2kT}}\, dv = 1,$$

а отуда

$$A = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}.$$

Ова константа уврштена у полазни израз даје тражено (2.17). □

Пример 2.2.4. *Показати да израз (2.17) у три димензије гласи*

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}\right], \tag{2.18}$$

Решење. То следи из особине независних вероватноћа

$$f(v_x, v_y, v_z) = f(v_x) f(v_y) f(v_z)$$

и независности кретања честица у три координатна правца. □

Пример 2.2.5. *Показати помоћу израза (2.17) да је*

$$\langle\frac{1}{2}mv_x^2\rangle = \frac{kT}{2}, \tag{2.19}$$

просечна кинетичка енергија дуж апсцисе.

Решење. Како је кинетичка енергија $E_k = \frac{1}{2}mv^2$, тражимо прво средњу вредност квадрата брзине (дуж x-осе):

$$\langle v_x^2\rangle = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-mv_x^2/2kT}\,dv_x.$$

Из познатог интеграла

$$\int_{-\infty}^{\infty}\xi^2 e^{-\xi^2/\alpha^2}\,d\xi = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\alpha^{3/2}, \quad \alpha = \text{const.}$$

сменом $\xi = v_x$ и $\alpha = 2kT/m$, добијамо

$$\langle v_x^2\rangle = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(\frac{2kT}{m}\right)^{3/2} = \frac{kT}{m},$$

а отуда тражена кинетичка енергија (2.19). □

Сабирајући кинетичке енергије по све три просторне осе добићемо

$$\left\langle\frac{1}{2}mv^2\right\rangle = \frac{3}{2}kT, \tag{2.20}$$

а то је средња кинетичка енергија честице у класичној термодинамици. Добили смо је сабирајући кинетичке енергије по три степена слободе, по x, y и z оси.

То је просечна транслаторна кинетичка енергија слободне честице која долази из захтева за једнаком расподелом енергије (енг. *equipartition of energy*). Она се често назива и *термалном енергијом* честице и служи за дефиницију њене *кинетичке температуре*.

Међутим, унутрашња енергија честице расте и са додавањем њених ротационих и вибрационих степени слободе. За сваки тај мод треба додати по $kT/2$ и исто толико за потенцијалну енергију. Једнакост овог додавања, кинетичке и потенцијалне енергије, следи из *вириалне теореме*[2]. Ова једнака подела се јавља и код магнетне радијације када је она у равнотежи са материјом. Тада за сваки мод слободе треба додати kT енергије, што следи из Рејли-Џинсовог закона[3].

Приметимо да се ово раздвајање енергије по степенима слободе такође може разумети помоћу формула (2.9). Наиме, топлотна енергија (Q) система долази од вибрационих слобода молекула које не зависе од кинетичких енергија транслације. Са друге стране, релативистичко повећање енергије E због инерцијалног кретања система не утиче на повећање вибрационе енергије молекула, јер се вибрациона енергија при томе не мења; колико пута се повећа маса честице ($m \to m\gamma$) толико пута се успори време и фреквенција вибрација ($f \to f/\gamma$).

[2] Virial theorem: https://en.wikipedia.org/wiki/Virial_theorem

[3] Rayleigh–Jeans law: https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh%E2%80%93Jeans_law

2.3 Температура

По дефиницији, температура T је молекуларна кинетичка енергија. Она се у пракси обично дефинише помоћу две варијабле које описују стање термодинамичког система, а то су ентропија S и унутрашња енергија U. Тако је

$$T = \frac{1}{\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{N,V}}. \tag{2.21}$$

При парцијалном изводу ентропије по унутрашњој енергији, узима се да су константни број честица N и запремина V.

У случају једноатомског идеалног гаса, ентропију можемо изразити помоћу Сакур-Тетродове једначине[4]

$$S = Nk\left[\ln\left(\frac{V}{N}\left(\frac{4\pi mU}{3Nh^2}\right)^{3/2}\right) + \frac{5}{2}\right], \tag{2.22}$$

где је: N број атома, $k = k_B$ Болцманова константа, V запремина, U унутрашња енергија, h Планкова константа.

Раздвајањем U и V у датом изразу добијамо

$$S = \frac{3}{2}Nk\ln U + Nk\ln V + Nk\left[\ln\left(\frac{1}{N}\left(\frac{4\pi m}{3Nh^2}\right)^{3/2}\right) + \frac{5}{2}\right]. \tag{2.23}$$

Користећи дефиницију температуре помоћу ентропије (2.21) налазимо:

$$\frac{\partial S}{\partial U} = \frac{3}{2}\frac{Nk}{U}, \quad T = \frac{1}{\frac{\partial S}{\partial U}} = \frac{2U}{3Nk}. \tag{2.24}$$

Отуда израз за унутрашњу енергију

$$U = \frac{3}{2}NkT, \tag{2.25}$$

са енергијом $\frac{1}{2}kT$ за сваки степен слободе за сваки атом. То није у контрадикцији са овде предложеним формулама (2.9) за систем у инерцијалном кретању, јер и даље важи претпоставка да топлота Q није сва унутрашња енергија U.

У случају Ајнштајновог модела[5] чврстог тела имамо две претпоставке: (1) да је атом 3-дим решетка независних квантних хармонијских осцилатора и (2) да сви атоми осцилују истом фреквенцијом. Познато је да ове претпоставке важе и за нека не-чврста тела, попут таласа звука или фотона.

Пример 2.3.1. *Наћи број стања $W(q,N)$ енергије система са $q = 3$ различита нивоа енергије Ајнштајновог чврстог тела које има $N = 4$ осцилатора.*

[4] Sackur–Tetrode equation: `https://en.wikipedia.org/wiki/Sackur%E2%80%93Tetrode_equation`
[5] Einstein solid: `https://en.wikipedia.org/wiki/Einstein_solid`

Решење. Сва три енергетска стања се могу наћи у истом осцилатору и то су 4 могућности. У првом (другом, трећем или четвртом) осцилатору могу бити два стања на по следећа три начина:

2 1 0 0	1 2 0 0	1 0 2 0	1 0 0 2
2 0 1 0	0 2 1 0	0 1 2 0	0 1 0 2
2 0 0 1	0 2 0 1	0 0 2 1	0 0 1 2

То је још укупно $3 \times 4 = 12$ начина. Коначно, по једно енергетско стање може бити у три осцилатора (један празан) на још 4 начина. То је укупно $4 + 12 + 4 = 20$ начина. Дакле, $W(3,4) = 20$. □

Уопште, начина распоређивања q јединица енергије међу N осцилатора има

$$W(q,N) = \binom{q+N-1}{q} = \frac{(q+N-1)!}{q!(N-1)!}. \tag{2.26}$$

Примењена на претходни пример формула даје:

$$W(3,4) = \binom{3+4-1}{3} = \frac{6!}{3!(4-1)!} = 20,$$

а то је број који смо добили и пребројавањем.

Болцманов израз (2.1) даје ентропију за Ајнштајнов модел

$$S = k \ln W, \quad k = k_B. \tag{2.27}$$

Познато је да се применом Стирлингове формуле ова ентропија своди на приближно

$$S = k\left(N \ln \frac{q}{N} + N + \frac{N^2}{q}\right). \tag{2.28}$$

Када су у питању стварна тела, унутрашњу енергију U представља q пута осцилатор јединице енергије $\epsilon = h\nu$, где је h Планкова константа а ν фреквенција. Када је $q >> N$ последњи сабирак је занемарљив и ентропија постаје:

$$S = Nk(\ln \frac{q}{N} + 1) = Nk \ln U - Nk \ln(\epsilon N) + Nk. \tag{2.29}$$

Отуда, употребом дефиниције температуре (2.21) добијамо:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)^{-1} = \left(\frac{Nk}{U}\right)^{-1}, \tag{2.30}$$

одакле

$$U = NkT. \tag{2.31}$$

То није тачно иста једначина као (2.25), али је може пратити тачно исто наше објашњење.

2.4 Закључак

Природа тежи највероватнијим стањима. То називамо принципом вероватноће. Због тога ентропија као функција (позитивног дела) логаритма вероватноће не може спонтано опадати, односно топлота прелази са тела више на тело ниже температуре. Новост је овде да вероватноће за релативне посматраче могу бити различите.

Сила мења вероватноће исхода. Рецимо, молекуле гаса у соби у гравитационом пољу се распоређују (ниже су гушће) на мање вероватан начин него исте у односу на посматрача из бестежинског стања. Зато је ентропија сопственог инерцијалног система увек максимална и зато тело из стања мировања неће спонтано прећи у стање кретања. Дакле, не само други закон термодинамике, закон раста ентропије, већ и закон инерције је последица принципа вероватноће.

Ниже статичне позиције у простору око Сунца имају мање вредности ентропија. Зато тело у гравитационом пољу мора бити у слободном паду, када те ниже позиције види у релативном кретању, остајући при томе у свом инерцијалном систему са вишом ентропијом. Такође, зато што посматрајући из свог инерцијалног система, сви друге непосредне, локалне системе видимо са нижом ентропијом, они релативно у односу на нас производе мање информације, имају спорију производњу садашњости и спорији ток времена.

Посматрано из другог инерцијалног система, заједно са сопственим временом покретног система које се успорава, повећава се температура његових тела, још више се повећава притисак (али само у правцу кретања), повећава се укупна енергија тела (али само на рачун кинетичке енергије), при чему топлотна енергија остаје иста.

Bibliografija

[1] Растко Вуковић: *ИНФРМАЦИЈА ГРАВИТАЦИЈЕ* - анализа теорије релативности, Archive.org[6], 6. август 2016.

[2] Растко Вуковић: *ИНФОРМАЦИЈА ПЕРЦЕПЦИЈЕ* - слобода, демократија и физика. Економски институт Бања Лука[7], јун 2016.

[3] Rastko Vukovic: *Entropy and Inertia*, Academia.edu[8], August 9, 2016.

[4] H.M. Schwartz: *Einstein's comprehensive 1907 essay on relativity*, Department of Physics, University of Arkansas[9], 1976.

[5] M. Planck, Ann. Physik 26, 1 (1908).

[6] H. Ott, Z. Physik 175, 70 (1963).

[7] H. Arzelies, Nuovo Cimento 41B, 81 (1966).

[8] P. T. Landsberg, Proc. Phys. Soc. (London) 89, 1007 (1966); Nature 212, 571 (1966).

[9] N. G. Van Kampen, Phys. Rev. 173, 295 (1969).

[10] R. Balescu, J. Phys. Soc. Japan 26, Supp. 313 (1969).

[6] Инфрормација гравитације: `https://archive.org/details/Informacija1`

[7] Информација перцепције: `https://archive.org/details/Informacija`

[8] Entropy: `www.academia.edu/27650508/`

[9] Einstein: `http://www.ffn.ub.es/luisnavarro/nuevo_maletin/Einstein_1907_Jahrbuch.pdf`